MARSZRUTYZACJA POJAZDÓW DYSTRYBUCYJNYCH: METODA OPTYMALIZACJI I OCENA WPŁYWU ZASTOSOWANEGO SPOSOBU WYZNACZANIA ŚCIEŻEK W SIECI TRANSPORTOWEJ

VEHICLE ROUTING PROBLEM: OPTIMIZATION METHOD AND IMPACT ASSESMENT OF USED TYPE OF PATHFINDING IN THE TRANSPORT NETWORK

Emilian SZCZEPAŃSKI
eszczepanski@wt.pw.edu.pl

Politechnika Warszawska
Wydział Transportu

Streszczenie: Celem artykułu jest prezentacja metody wyznaczania tras pojazdów dystrybucyjnych i ocena wpływu zastosowanego sposobu wyznaczania ścieżek między węzłami w sieci transportowej. Realizacja celu wymagała sformułowania modelu matematycznego odwzorowującego system dystrybucji ładunków i zadania optymalizacyjnego. Przedstawiono metodę optymalizacyjną opartą o algorytmy genetyczne i modyfikację algorytmu A-star do wyznaczania ścieżek. W artykule porównano wyznaczanie marszrut dla pojazdów dystrybucyjnych z punktu widzenia zastosowanego podejścia do wyznaczania ścieżek.

Abstract: The aim of the article is to present the method for determining routes of distribution vehicles and to assess the impact of the method used to determine the path between nodes in the transport network. The implementation of the goal required the formulation of a mathematical model of the cargo distribution system and the optimization task. An optimization method based on genetic algorithms as well as modification of A-star for pathfinding were presented. The articles compare the vehicle routing problem solution from the point of view of the approach used to determine paths.

Słowa kluczowe: system dystrybucji ładunków, algorytmy genetyczne, gwiazda, modelowanie matematyczne, problem trasowania pojazdów

Key words: cargo distribution system, genetic algorithms, a-star, mathematical modeling, vehicle routing problem

WSTĘP

Rozwój gospodarczy kraju powoduje wzrost zapotrzebowania na transport. Jednocześnie brak rozwoju transportu może być czynnikiem go hamującym. Z drugiej strony konieczny jest wzrost efektywności i minimalizacja negatywnego oddziaływania na środowisko, aby ograniczać niepokoje społeczne (Fridell i inni, 2011; Jacyna i Merkisz, 2014).

Działania mające na celu rozwój transportu mogą mieć różny charakter. Może to być rozwój środków transportowych, środków sterowania, infrastruktury, czy z drugiej strony, działania legislacyjne i organizacyjne. Aktualny trend wskazuje na wzrost zainteresowania proekologicznymi środkami transportu np. dostawy ładunków pojazdami elektrycznymi czy wykorzystanie rowerów towarowych. Zastosowanie środków transportu o odmiennej charakterystyce powoduje konieczność opracowywania nowych sposobów i podejść w organizowaniu przewozów ładunków. Tyczy się to np. obszarów miejskich, gdzie transport ładunków spełnia bardzo ważną rolę zaopatrzeniową, a jednocześnie, z punktu widzenia innych użytkowników drogi i mieszkańców, jest bardzo uciążliwy. Dlatego też, wprowadzanie rozwiązań mających na celu wzrost efektywności przewozów połączonych z nowoczesnymi formami transportu i metodami organizacyjnymi jest pożądany (Jacyna-Gołda i inni, 2017, 2018).

W niniejszym artykule przedstawiono problem planowania tras i zastosowany do niego algorytm genetyczny wsparty algorytmem A-star do wyznaczania ścieżek w grafie. Problem planowania tras (marszrutyzacji pojazdów) z ang. Vehicle Routing Problem (VRP), jest znany od dawna i jest modyfikacją problemu komiwojażera. Obecnie na jego bazie powstaje wiele różnych odmian począwszy na odmianie zawierającej okna czasowe (VRPTW – vehicle routing problem with time windows), przez problem o charakterze stochastycznym (SVRP – stochastic vehicle routing problem), po problemy wielokryterialne (MVRP – multicriteria vehicle routing problem) i proekologiczne (GVRP – green vehicle routing problem) (Laporte, 2009; Caceres-Cruz i inni, 2014).

Oczywiście odmian problemu trasowania pojazdów jest bardzo dużo i są opracowywane nowe w zależności od potrzeb i celu badań dla wybranego systemu transportowego. Formułowanie takich modeli ma na celu dostarczenie narzędzia wspierającego decydentów w branży transportowej odnośnie sposobu obsługi odbiorców, ale także wiążących się z tą obsługą kosztów, czasu czy innych wskaźników efektywności. W problemach tych główną uwagę przywiązuje się do marszrutyzacji pojazdów w oparciu o ustalone odległości między punktami np. na podstawie współrzędnych geograficznych. Często zaniedbywane jest zagadnienie rzeczywistych odległości między punktami (liczonej po odcinkach sieci transportowej) i związanych z tym różnymi czasami przejazdu (Chabier, 2006; Irnich i Desaulniers, 2005). W podsumowaniu artykułu wskazano wpływ jaki na wyniki może mieć zastosowanie rzeczywistych odległości i czasów realizacji przewozów dla różnych systemów dystrybucji.

1. METODY ROZWIĄZANIA PROBLEMU MARSZRUTYZACJI POJAZDÓW

Metody służące do rozwiązania problemu marszrutyzacji pojazdów, zresztą jak większość metod optymalizacyjnych, dzieli się na metody dokładne i aproksymacyjne. Metody aproksymacyjne dodatkowo można podzielić na heurystyczne i metaheurystyczne. Do wyznaczania tras pojazdów najczęściej stosowane są właśnie metody przybliżone co jest bezpośrednio związane ze złożonością samego problemu i jego przynależnością do problemów NP-trudnych (Laporte, 2009).

Metody dokładne charakteryzują się dużą zasobochłonnością, w tym długim czasem wyznaczania rozwiązania, co z kolei dyskwalifikuje je jako użyteczne do rozwiązywania złożonych problemów. Ich niewątpliwą zaletą jest znajdywanie wartości zmiennych decyzyjnych przy których kryterium osiąga ekstremum. W zastosowaniach do marszrutyzacji pojazdów stosowane są głównie metody podziału i ograniczeń (Branch and Bound) oraz ich modyfikacje Branch and Cut, Branch and Price (Baldacci, Hadjiconstantinou i Mingozzi, 2004; Fukusawa i inni, 2006; Toth i Vigo 2001). Wśród metod dokładnych można wskazać również programowanie dynamiczne np. Gromicho i inni (2012).

Zdecydowanie lepszym wyborem do rozwiązania problemów VRP szczególnie o dużej złożoności są metody heurystyczne. Są to metody aproksymacyjne zwracające wynik sub-optymalny. Pozwalają jednak na znaczne skrócenie czasu wyszukiwania rozwiązania. Jedną z najbardziej znanych heurystyk stosowanych do rozwiązania problemu VRP jest tzw. *saving alghoritm* zaproponowany przez Clark i Wright (1964). Często algorytm ten jest podstawą opracowywania innych metod bądź służy jako sposób wyznaczania wstępnych rozwiązań (Corominas, Garcia-Villoria i Pastor, 2014; Pichpibul i Kawtummachai, 2013) Algorytmy heurystyczne są metodami projektowanymi do rozwiązania konkretnego problemu lub rodziny problemów.

Szczególne znaczenie w metodach wyznaczania tras pojazdów mają metody metaheurystyczne, czyli metody aproksymacyjne o uniwersalnym zastosowaniu. Są one użyteczne do rozwiązania problemów typu VRP o dużym skomplikowaniu. Metody metaheurystyczne aplikowane do VRP wg Laporte (2009) można klasyfikować jako przeszukiwanie lokalne, mechanizmy uczące oraz metody populacyjne. Warto zwrócić uwagę, iż metody metaheurystyczne mimo, że są metodami uniwersalnymi to stosowane w nich mechanizmy pozwalają na właściwe dopasowanie metody do problemu.

Przykładem metody należącej do przeszukiwań lokalnych jest metoda przeszukiwania tabu (*ang. tabu search*). Przeszukiwanie tabu jest popularną metodą o bardzo dużej liczbie aplikacji. Metoda ta została opracowana przez Glover (1995) i sam autor wskazuje liczne możliwości wykorzystania tej metody w praktyce. Przez wiele lat od jej powstania opracowano wiele jej modyfikacji oraz usprawnień w aplikacji do konkretnych problemów w tym do VRP. Reprezentantem metod uczących i jednocześnie populacyjnych jest bardzo popularny w rozwiązywaniu rzeczywistych problemów algorytm genetyczny. Algorytmy oparte o mechanizmy ewolucyjne pozwalają na efektywne przeszukiwanie przestrzeni rozwiązań wykazując przy tym odporność na błądzenie w optimach lokalnych. Algorytmy genetyczne są często wykorzystywane w różnych problemach optymalizacji, w tym w VRP. Opracowywane algorytmy genetyczne różnią się sposobami reprezentacji rozwiązania, funkcją przystosowania, generowaniem rozwiązania początkowego, mechanizmami selekcji, krzyżowania, mutacji, naprawy osobników, a także warunkiem stopu.

Jak już wspomniano we wprowadzeniu, problemy VRP rozpatrywane są przy wykorzystaniu macierzy odległości między wszystkimi węzłami w sieci transportowej (tj. np. nadawcy, odbiorcy, magazyny). Odległość ta często wyznaczana jest ze względu na współrzędne geograficzne (dla przykładów o dużej liczbie węzłów) lub mogą być to odległości rzeczywiste pobrane z map cyfrowych. Uproszczenie w przypadku specyficznych obszarów, a w szczególności na krótkich trasach może znacznie wpływać na jakość rozwiązania (Chabier, 2006; Irnich i Desaulniers, 2005, Prins i Bouchenoua, 2005). Jednak często pomijany jest wybór ścieżki między poszczególnymi węzłami w zależności od aktualnego stanu sieci, w tym np. czasu przejazdu w zależności od pory dnia. Często wybór algorytmu rozwiązania tego dodatkowego problemu determinowany jest np. przez limit czasu uzyskania rozwiązania, typ grafu, wielkość sieci czy liczbę kryteriów poszukiwania. Wśród najpopularniejszych algorytmów można wymienić algorytmy Dijkstra, Bellman'a–Ford'a, A*, Floyd'a–Warshall'a, Johnson'a, Viterbiego (Goldberg i Harrelson, 2005; Sysło, Deo i Kowalik, 1999).

2. MATEMATYCZNE SFORMUŁOWANIE PROBLEMU

Zagadnienie marszrutyzacji pojazdów jest klasycznym zadaniem optymalizacyjnym mającym duże zastosowanie w praktyce i w przykładach akademickich. Jego podstawowe sformułowanie nie jest skomplikowane i można je znaleźć np. w Toth, Vigo (2002). Sformułowanie to uwzględnia rozwiązanie dodatkowego problemu BPP (bin packing problem) pozwalającego na wyznaczenie liczby pojazdów do obsługi odbiorców.

W niniejszej pracy przyjęto do rozwiązania problem VRP sformułowany na podstawie klasycznego ujęcia z modyfikacjami niezbędnymi do realizacji celu badań - wprowadzenie środków transportu o różnej charakterystyce i różnego sposobu wyznaczania ścieżek. W związku z powyższym zmodyfikowano problem VRP i zamiast ograniczania ładowności pojazdu, przyjęto ograniczenie dystansu i czasu realizacji jednej trasy. W podejmowanym problemie przyjęto funkcje kryterium $F(\mathbf{ZD})$ będącą całkowitym czasem realizacji dostaw. Funkcja o takiej interpretacji jest jedną z podstawowych miar efektywności łańcucha dostaw (Jacyna-Gołda i inni, 2018). Jest ona sumą wartości oczekiwanych E, czasów jazdy $\mathrm{E}\left(\mathrm{TJ}(l,t)\right)$ poszczególnymi odcinkami, w *t*-tym przedziale doby (różne czasy przejazdu tym samym połączeniem):

$$F(\boldsymbol{ZD}) = \sum_{r\in \boldsymbol{R}} \sum_{s\in \boldsymbol{S}} \sum_{l\in \boldsymbol{L}(r)} \sum_{t\in \boldsymbol{T}} \left[\mathbb{E}\ \mathrm{TJ}(l,t,s)\ \cdot y(r,l,t) \right] \to \min \tag{1}$$

Na potrzebę formalnego zapisu decyzji niezbędne jest zdefiniowanie zmiennych decyzyjnych (**ZD**) tj. wielkości poszukiwanych. Ze względu na złożoność problemu występuje kilka typów zmiennych decyzyjnych, tj.

a) zmienne binarne $x(i,j,r)$ określające przejazd między węzłem i-tym a j-tym w sieci transportowej podczas realizacji r-tej trasy ($r\in \boldsymbol{R}$), węzły należą do zbioru $W=\{0,1,\ldots i, j,\ldots,\boldsymbol{O}\}$ przy czym $i\neq j$ oraz $i = 0$ oznacza centrum dystrybucyjne (DC), a pozostałe węzły to odbiorcy czyli zbiór $O=\{1, 2, \ldots,\boldsymbol{O}\}$,

b) zmienne binarne $z(r,s)$ przydzielenia do r-tej trasy pojazdu s -tego typu $s\in \boldsymbol{S}$.

c) zmienne $y(r,l,t)$ określające liczbę przejść l-tym połączeniem ($l\in \boldsymbol{L}(r)$) podczas realizacji r-tej trasy w t-tym przedziale doby ($t\in \boldsymbol{T}$), należące do zbioru liczb całkowitych nieujemnych.

Wyznaczone rozwiązanie musi spełniać następujące ograniczenia

– w planie dystrybucji każdy klient musi zostać wyznaczony do obsługi tylko jeden raz:

$$\sum_{r\in \boldsymbol{R}} \sum_{i\in \boldsymbol{O}} x(i,j,r) = 1 \qquad \forall j \in \boldsymbol{O} \tag{2}$$

– pojazd musi wyjechać z DC jeden raz:

$$\sum_{i\in \boldsymbol{O}} x(0,i,r) = 1 \qquad \forall r \in \boldsymbol{R} \tag{3}$$

– pojazd musi wrócić do DC jeden raz:

$$\sum_{i\in \boldsymbol{O}} x(i,0,r) = 1 \qquad \forall r \in \boldsymbol{R} \tag{4}$$

– pojazd wyjeżdzający od jednego odbiorcy musi dotrzeć do następnego:

$$\sum_{i\in \boldsymbol{O}} x(i,k,r) - \sum_{j\in \boldsymbol{O}} x(k,j,r) = 1 \qquad \forall k \in \boldsymbol{O},\ \forall r \in \boldsymbol{R} \tag{5}$$

– do danej trasy może być przypisany tylko jeden pojazd:

$$\sum_{s\in \boldsymbol{S}} z(r,s) = 1 \qquad \forall r \in \boldsymbol{R} \tag{6}$$

– zasięg pojazdu nie może zostać przekroczony, przy czym *dist(l)* to długość połączenia a $\phi(s)$ to zasięg s-tego typu pojazdu:

$$z(r,s)\cdot \sum_{l\in \boldsymbol{L}(r)} \sum_{t\in \boldsymbol{T}} dist(l)\cdot y(r,l,t) \le \phi(s) \qquad \forall r \in \boldsymbol{R}, \forall s \in \boldsymbol{S} \tag{7}$$

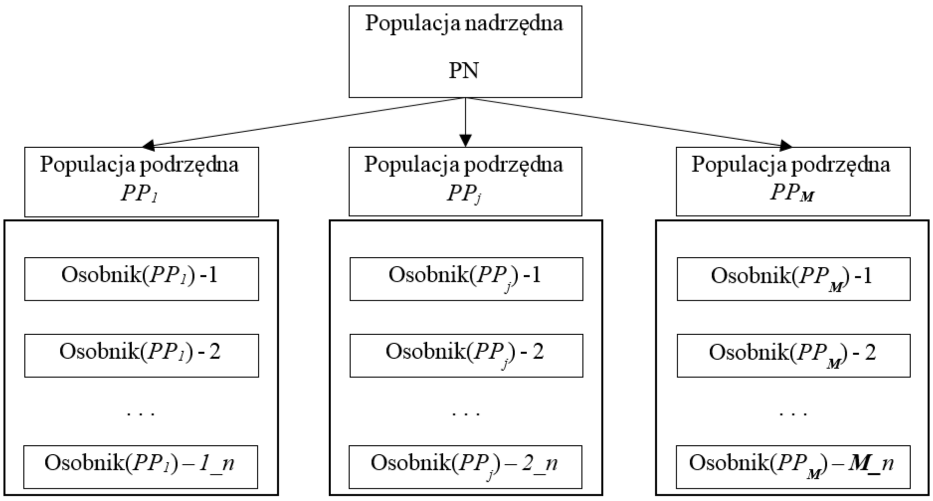
– dopuszczalny czas (η) realizacji r-tej trasy nie może zostać przekroczony:

$$\sum_{s\in \boldsymbol{S}} \sum_{l\in \boldsymbol{L}(r)} \sum_{t\in \boldsymbol{T}} \left[\mathbb{E}\ \mathrm{TJ}(l,t,s)\ \cdot y(r,l,t) \right] \le \eta \qquad \forall r \in \boldsymbol{R} \tag{8}$$

3. ALGORYTM GENETYCZNY W WYZNACZANIU TRAS POJAZDÓW

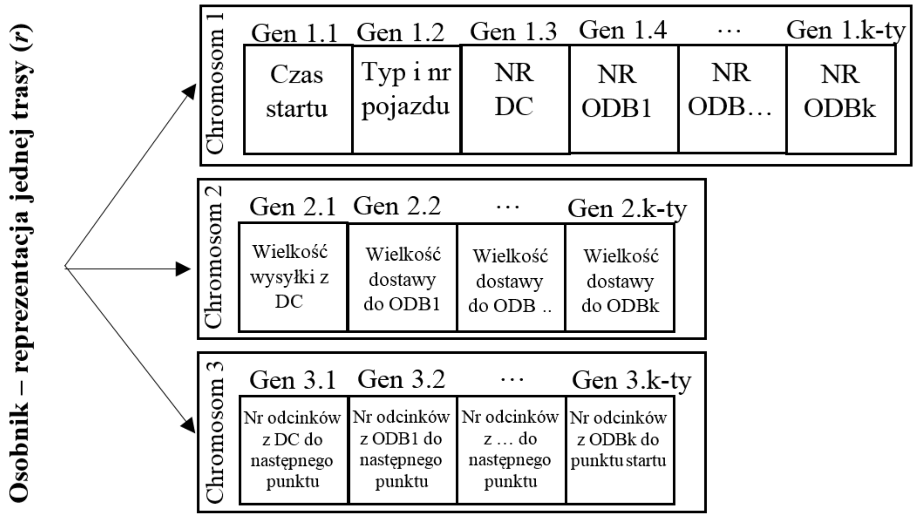
Do rozwiązania sformułowanego problemu wykorzystano algorytm genetyczny. Jak wskazano wcześniej są to metody pozwalające na efektywne znajdywanie rozwiązań w problemach VRP. Klasyczny sposób kodowania w algorytmach genetycznych to system binarny, jednak dla problemów VRP często stosowany jest sposób oparty o system dziesiętny. W niniejszym artykule przyjęto ponadto, że populacja jest zbiorem różnych rozwiązań zadania, osobnik to pojedyncze rozwiązanie, a jego chromosom jest łańcuchem zawierającym poszczególne elementy kodujące całe rozwiązanie w postaci zbioru genów (pojedynczych parametrów). Zbiór rozwiązań zapisano w postaci drzewa populacji. Zastosowanie takiego podejścia w przypadku rozwiązywanego problemu ułatwia interpretację i implementację.

W związku z przyjętym podejściem rozróżnia się populację nadrzędną (*PN*) składającą się z *j*-tych populacji podrzędnych (PP_j). Wielkość populacji nadrzędnej jest ograniczona liczbą ***M.*** Każda z populacji podrzędnych będzie miała interpretację jednego rozwiązania, czyli planu dystrybucji. Populacje podrzędne składać się będą z osobników, przy czym liczba osobników może być zmienna, a wielkość populacji nie jest ograniczona. Wynika z tego, że każda z populacji podrzędnych może zawierać inną liczbę tras. Graficznie sposób reprezentacji rozwiązań przedstawiono na Rys 1.



Rys. 1. Reprezentacja planów dostaw w postaci populacji i osobników jako drzewo
źródło: opracowanie własne.

Każdy osobnik reprezentuje jedną trasę, a jego chromosom zawiera geny przechowujące informację o czasie jej trasy, punkcie rozpoczęcia i zakończenia trasy, odwiedzanych punktach, przemierzanych odcinków między punktami trasy, a także o pojeździe realizującym trasę. Przy tak przyjętej reprezentacji długość chromosomu liczba genów również nie jest ograniczona. Opracowany model wymusza kodowanie, gdzie każdy z osobników zawiera trzy łańcuchy chromosomów. Kodowanie osobnika przedstawiono na rys 2. Ogólny schemat metody przedstawiono na rys. 3.

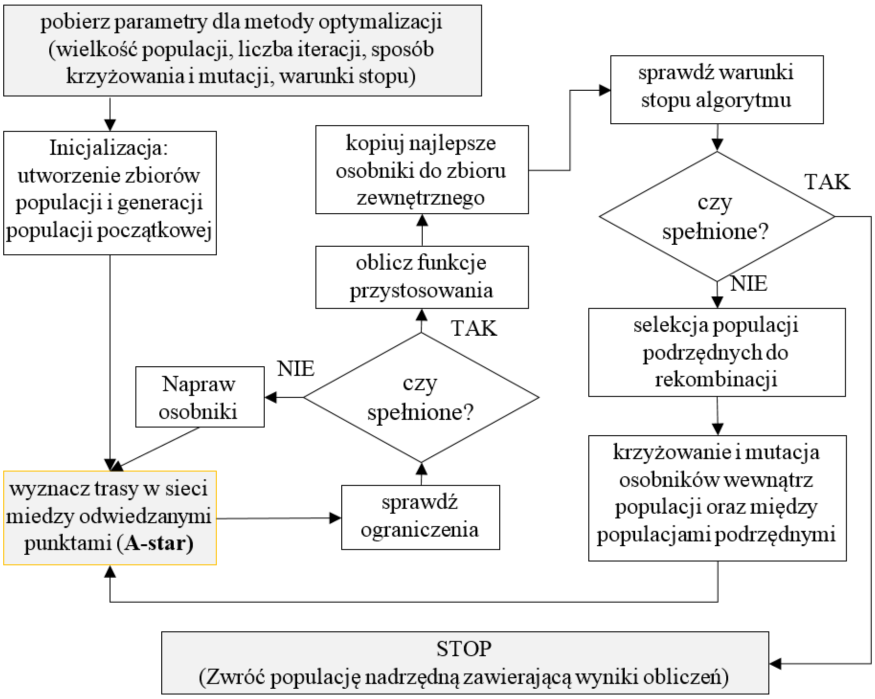


Rys. 2. Kodowanie osobnika z podziałem na chromosomy i geny
źródło: opracowanie własne.

W poszczególnych genach zakodowane są parametry rozwiązania, czyli zmienne decyzyjne. Poszczególne geny zawierają informację:

- Gen 1.1. – czas rozpoczęcia trasy *r*,
- Gen 1.1 i Gen 1.2 – zawierają typ pojazdu s
- Gen 1.3 – jest numerem DC na *r*-tej trasie,
- Gen 1.4 do genu 1.k-tego – są genami zawierającymi numery kolejno odwiedzanych odbiorców na *r*-tej trasie
- Gen 2.1 – wolumen wysyłanych jednostek ładunkowych z DC na *r*-tej trasie (w artykule założono, że jest on równy 0)
- Gen 2.2 do genu 2.k-tego – są wielkością dostawy podczas realizacji r-tej trasy do odwiedzanych odbiorców,
- Gen 3.1. do genu 3.k-tego są to numery połączeń przemierzanych między kolejnymi punktami w trasie jest to zatem zbiór $\boldsymbol{L}(r)$ uzupełniany zmiennymi decyzyjnymi $y(r,l,t)$

Niniejsza procedura, tak jak każdy algorytm genetyczny jest procedurą iteracyjną. Wynika z tego, iż w każdej pętli algorytmu tworzona jest nowa populacja nadrzędna zawierająca zbiór rozwiązań zadania. Ponadto algorytm genetyczny zawiera selekcję turniejową, krzyżowanie PMX (Michalewicz, 2003), mutację po przez zmianę kolejności genów.



Rys.3. Procedura ogólna metody rozwiązania sformułowanego problemu decyzyjnego
źródło: opracowanie własne.

4. ALGORYTM A-STAR JAKO UZUPEŁNIENIE METODY WYZNACZANIA TRAS POJAZDÓW

Implementacja algorytmu A-star służy do wyznaczenia ścieżki między odwiedzanymi punktami na każdej z tras. Zaimplementowane zostało zmodyfikowane ujęcie A-star, z tą różnicą, że dano wyjątek w przypadku, gdy w trasie znaleziony został wierzchołek będący „ślepym zaułkiem”, z którego nie można powrócić. Ma to miejsce, gdy wierzchołek nie ma następników. Procedurę metody przedstawiono na schemacie na rys. 4.

Algorytm A-star polega na przeszukiwaniu sieci po kolejnych wierzchołkach bazując na funkcji oceny będącej sumą aktualnego czasu przejścia oraz przewidywanego czasu dojścia do wierzchołka docelowego, co wyraża się przez zależność:

$$f(i) = g(i) + h(i) \tag{9}$$

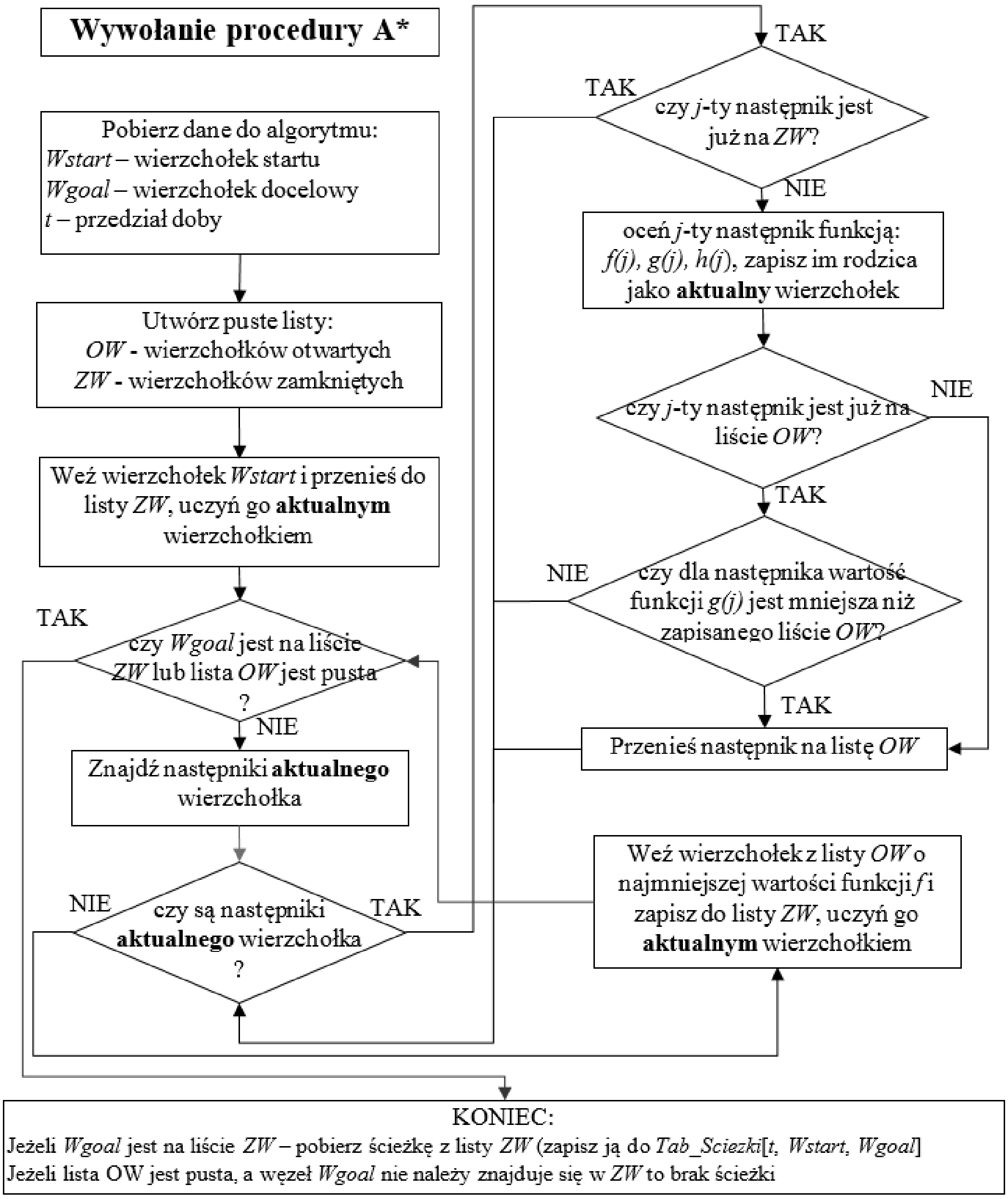
gdzie:

$g(i)$ – jest aktualnym czasem dotarcia do i-tego wierzchołka z wierzchołka startu (*Wstart*),

$h(i)$ – jest przewidywanym czasem dojścia z i-tego wierzchołka do wierzchołka docelowego (*Wgoal*).

Przewidywany czas jest tak zwaną heurystyką i w niniejszej implementacji jest on wyznaczany w następujący sposób: dla wierzchołka i oraz wierzchołka *Wgoal*, pobierz współrzędne geograficzne dla $i = \{Lat1, Lon1\}$, $Wgoal = \{Lat2, Lon2\}$, gdzie Lat to szerokość geograficzna, a Lon to długość, a następnie wyznacz wartość $h(i)$ wg wzoru:

$$h(i) = \frac{2 \cdot asin\left(\left[\left[\left(sin\left(\frac{(lat1 - lat2)}{2}\right)\right)^2 + cos(lat1) * cos(lat2) * \left(sin\left(\frac{(lon1 - lon2)}{2}\right)\right)^2\right]\right]^{0,5}\right)}{V} \tag{10}$$



Rys. 4. Schemat zmodyfikowanego algorytmu A-star
źródło: opracowanie własne.

Wyznaczony przewidywany czas powinien być przeszacowany. Można tym sterować parametrem V czyli średnią prędkością przejazdu. Ma to na celu zapewnienie optymalności rozwiązania. Należy pamiętać jednak, że im większa różnica między przewidywanym czasem przejazdu, a możliwym do uzyskania, tym większy obszar sieci będzie przeszukiwany i czas obliczeń wzrośnie.

Wyznaczenie ścieżek może się zakończyć, gdy ścieżka nie istnieje (wtedy lista otwartych wierzchołków jest pusta, a w zbiorze zamkniętych nie znalazł się węzeł docelowy) lub gdy w zbiorze zamkniętych wierzchołków znalazł się węzeł docelowy, czyli *Wgoal*. Pobranie ścieżki należy rozpoczynać od ostatniego elementu zbioru wierzchołków zamkniętych (ZW), czyli inaczej od węzła docelowego oraz kierować się po zapisanych „rodzicach" do momentu osiągnięcia *Wstart*. Wartość *f*(*Wgoal*) jest czasem przebycia całej ścieżki.

Wyznaczanie ścieżki w sieci uwarunkowane jest czasami przejazdu poszczególnymi odcinkami. W przyjętym modelu założono, że czas przejazdu jest uzależniony od przedziału doby, w którym podróż się rozpoczęła. Możliwa jest jednak modyfikacja, aby czas przejazdu odcinkami mógł zmieniać się nawet w trakcie rozpoczętej podróży. Przy takim podejściu konieczne jest zastosowanie programowania dynamicznego. Przykładem takich algorytmów może być ARA-star czy D-star Lite (Likhachev i inni, 2005).

5. PODSUMOWANIE

Celem artykułu było przedstawienie metody marszrutyzacji pojazdów dystrybucyjnych opartej o algorytm genetyczny i algorytm A-star. Wykorzystując zaprezentowaną metodę przeprowadzono wstępne eksperymenty pozwalające na zaobserwowanie różnic jakie wynikają ze sposobu wyznaczania ścieżek, a tym samym różnic dystansu i czasu przejazdu między kolejnymi punktami na trasie.

W eksperymentach założono godzinę startu na 7.00 i cztery przedziały doby dla których czas przejazdu połączeniem jest różny (7-10; 10-15; 15-18; 19-24). Ponadto, przeprowadzono testy dla sieci dróg miejskich (miasto) oraz wojewódzkich i krajowych (województwo). Wynika to z różnej specyfiki i gęstości infrastruktury drogowej. Przyjęto także różne prędkości do wyznaczania czasu przejazdu. Wyniki przedstawiono w tabeli 1.

W tabeli przedstawiono wstępne wyniki eksperymentów dla wybranych przypadków obliczeniowych. Wykazały one jednak duży wpływ metody A-star na wyznaczane rozwiązanie:

– W przypadku sieci drogowej miasta wyznaczanie tras po współrzędnych geograficznych powoduje znaczne niedoszacowanie zarówno dystansu jak i czasu przejazdu. Dla wariantu (2) gdzie wyznaczone ścieżki są optymalne uzyskano w testach ponad 26% różnicy w dystansie oraz ponad 42% w czasie realizacji zadań. Takie uproszczenie może prowadzić do niepoprawnej realizacji dostaw oraz do błędnego szacowania jej kosztów.

– Dla sieci dróg krajowych i wojewódzkich, gdzie odbiorców rozmieszczono w większych odległościach, uzyskano znacznie mniejsze rozbieżności w dystansie. Jednak również w tym przypadku występuje niedoszacowanie, jest ono jednak bliższe przyjęciu dystansu po współrzędnych geograficznych.

Tabela 1. Porównanie wariantów wyznaczania tras

	miasto		województwo	
Nr wariantu	*1*	*2*	*3*	*4*
Liczba odbiorców (szt.)	70	70	50	50
Średnia prędkość do obliczeń *V*(do szacowania czasu przejazdu) (km/h)	30	50	40	70
A* - czas jazdy (h)	56,5	46,7	87,6	79,5
A* - przebyty dystans (km)	1798,0	1825,0	4373,0	4789,0
A* - średnia prędkość po wyznaczonej ścieżce (km/h)	31,8	39,1	49,9	60,2
Wsp. geogr. - czas jazdy (h)	44,8	26,9	108,2	61,8
Wsp. geogr. -przebyty dystans (km)	1344,0	1344,0	4329,0	4329,0

źródło: opracowanie własne.

Podsumowując należy zaznaczyć, iż w zależności od gęstości sieci drogowej i różnej charakterystyki obszaru warto rozważyć wprowadzenie do metody marszrutyzacji dodatkowego algorytmu wyznaczającego ścieżkę w sieci drogowej, szczególnie w przypadkach systemu dystrybucji w miastach. Wiąże się to oczywiście ze wzrostem czasu obliczeń, jednak jak pokazują wstępne badania rozbieżności są znaczne. W badanych przypadkach uzyskano niedoszacowanie czasu przejazdu. Możliwe jest jednak, w zależności od sieci i przyjętej prędkości średniej, przeszacowanie czasu, co z punktu widzenia funkcjonowania systemu dystrybucji jest mniej szkodliwe.

W kolejnych pracach będą uwzględnione środki transportowe o różnych zasięgach, czy strefy ograniczonego ruchu w sieci transportowej, a także różne warianty ukształtowania systemu dystrybucji. Obliczenia zostaną przeprowadzone dla różnych miar efektywności funkcjonowania systemów dystrybucji.

Artykuł jest efektem prac w ramach grantu dziekańskiego dla młodych naukowców (2018/2019) oraz pracy statutowej realizowanych na Wydziale Transportu Politechniki Warszawskiej

LITERATURA

1. Baldacci, R., Hadjiconstantinou, E., & Mingozzi, A. (2004). An exact algorithm for the capacitated vehicle routing problem based on a two-commodity network flow formulation. *Operations research*, *52*(5), 723-738.
2. Caceres-Cruz, J., Arias, P., Guimarans, D., Riera, D., & Juan, A. A. (2014). Rich Vehicle Routing Problem: Survey. *ACM Computing Surveys (CSUR)*, *47*(2), 32.
3. Chabrier, A. (2006). Vehicle routing problem with elementary shortest path based column generation. *Computers & Operations Research*, *33*(10), 2972-2990.
4. Clarke, G. U., & Wright, J. W. (1964). Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points. *Operations research*, *12*(4), 568-581.
5. Corominas, A., García-Villoria, A., & Pastor, R. (2014). Improving parametric Clarke and Wright algorithms by means of iterative empirically adjusted greedy heuristics. *SORT-Statistics and Operations Research Transactions*, *38*(1), 3-12.
6. Fridell, E., Belhaj, M., Wolf, C., & Jerksjö, M. (2011). Calculation of external costs for freight transport. *Transportation planning and technology*, 34(5), 413-432.
7. Fukasawa, R., Longo, H., Lysgaard, J., de Aragão, M. P., Reis, M., Uchoa, E., & Werneck, R. F. (2006). Robust branch-and-cut-and-price for the capacitated vehicle routing problem. *Mathematical programming*, *106*(3), 491-511.
8. Glover, F. (1995). *Tabu search fundamentals and uses*. Boulder: Graduate School of Business, University of Colorado.
9. Goldberg, A. V., & Harrelson, C. (2005). Computing the shortest path: A search meets graph theory. In *Proceedings of the sixteenth annual ACM-SIAM symposium on Discrete algorithms* (pp. 156-165). Society for Industrial and Applied Mathematics.
10. Gromicho, J., van Hoorn, J. J., Kok, A. L., & Schutten, J. M. J. (2012). Restricted dynamic programming: a flexible framework for solving realistic VRPs. *Computers & Operations Research*, 39(5), 902-909.
11. Irnich, S., & Desaulniers, G. (2005). Shortest path problems with resource constraints. *Column generation*, *6730*, 33-65.
12. Jacyna, M., & Merkisz, J. (2014). Proecological approach to modelling traffic organization in national transport system. *Archives of Transport*, 30(2), 31-41.
13. Jacyna-Gołda, I, Izdebski, M., Szczepański, E., Gołda, P. (2018). The assessment of supply chain effectiveness. *Archives of Transport,* 45(1), 43-52.

14. Jacyna-Gołda, I., Gołębiowski, P., Izdebski, M., Kłodawski, M., Jachimowski, R., & Szczepański, E. (2017). The evaluation of the sustainable transport system development with the scenario analyses procedure. *Journal of Vibroengineering*, 19(7), 5627-5638.
15. Laporte, G. (2009). Fifty years of vehicle routing. *Transportation Science*, *43*(4), 408-416.
16. Likhachev, M., Ferguson, D. I., Gordon, G. J., Stentz, A., & Thrun, S. (2005). Anytime Dynamic A: An Anytime, Replanning Algorithm. In *ICAPS* (pp. 262-271).
17. Michalewicz, Z. (2003). *Algorytmy genetyczne+ struktury danych=programy ewolucyjne*. Warszawa: Wydawnictwa Naukowo-Techniczne.
18. Pichpibul, T., & Kawtummachai, R. (2013). A heuristic approach based on clarke-wright algorithm for open vehicle routing problem. *The Scientific World Journal*, *2013*.
19. Prins, C., & Bouchenoua, S. (2005). A memetic algorithm solving the VRP, the CARP and general routing problems with nodes, edges and arcs. In *Recent advances in memetic algorithms* (pp. 65-85). New York: Springer Berlin Heidelberg.
20. Sysło, M. M., Deo, N., & Kowalik, J. S. (1999). *Algorytmy optymalizacji dyskretnej: z programami w języku Pascal*. Warszawa:Wydawnictwo Naukowe PWN.
21. Toth, P., & Vigo, D. (2001). Branch-and-bound algorithms for the capacitated VRP. In *The vehicle routing problem* (pp. 29-51). Society for Industrial and Applied Mathematics.
22. Toth, P., & Vigo, D. (2002). Models, relaxations and exact approaches for the capacitated vehicle routing problem. *Discrete Applied Mathematics*, *123*(1), 487-512.
23. Wasiak, M., Jacyna, M., Lewczuk, K., & Szczepański, E. (2017). The method for evaluation of efficiency of the concept of centrally managed distribution in cities. *Transport*, 32(4), 348–357.